

Windkraftanlagen

Eine Windkraftanlage wandelt die **kinetische** (Bewegungsenergie) **Energie** $E_{kin}=1/2*m*v^2$ in elektrische Energie **Eel** um.

Dies geschieht immer mit Verlusten, weil:

- 1) die Luft nicht auf $v=0$ abgebremst werden kann, weil ja immer frische Luft nachströmen muß.
- 2) es treten Verluste an der Anlage auf, Verluste an den Flügeln, Reibungsverluste in Lagern und Getrieb, Generatorverluste (Ummagnetisierungsverluste), Energie für die Steuerung.
- 3) die Anlage braucht eine **Mindestluftgeschwindigkeit**, damit die Verluste ausgeglichen werden.
Das Windrad dreht sich hierbei zwar, aber produziert **keinen Strom (Eel)**.

Dichte der Luft im Normzustand $\rho_{0H}=1,29 \text{ kg/m}^3$ bei $t=0^\circ$ Celsius und Druck $p=101,325 \text{ kPa}$

kPa (Kilopascal).

Herleitung für die Leistung

Wir betrachten eine Fläche von $A=1 \text{ m}^2$ Rotorfläche, wo die Luft durchströmt und dort seine Bewegungsenergie abgibt.

- 1) immer eine Zeichnung machen

In der Zeichnung sehen wir eine Säule mit **quadratische Grundfläche** und der Länge **l**.

- 1) $V=A*l$ Volumen
- 2) $l=v*t$ mit $t=1 \text{ s}$ (Sekunde) ergibt das Volumen, was in 1 Sekunde die Fläche durchströmt
- 3) $m=\rho_{0H}*V$

- 1) und 2) in 3) $m=\rho_{0H}*A*v*t$

$$E_{kin}=1/2*m*v^2=1/2*\rho_{0H}*A*v*t*v^2=1/2*\rho_{0H}*A*t*v^3 \text{ dividiert durch } t=1 \text{ s}$$

$$P=W/t=E_{kin}/t=1/2*\rho_{0H}*A*v^3 \text{ dividiert durch } A=1 \text{ m}^2$$

$$P=1/2*\rho_{0H}*v^3$$

P =Leistung in W/m^2 (Watt pro Quadratmeter Rotorfläche)

$P_{th}=(1,29 \text{ kg/m}^3)/2/v^3=0,645 \text{ kg/m}^3*v^3$ ist die theoretische Leistung pro Quadratmeter Rotorfläche, wenn die Luft auf $v=0$ abgebremst würde.

Hinweis: Wegen v^3 hat eine Windkraftanlage die **8 fache Leistung**, wenn sich die Windgeschwindigkeit **v verdoppelt**.

Daraus ergibt sich, dass man Windkraftanlagen nur dort bauen soll, wo die Windgeschwindigkeit **möglichst hoch** ist.

Die **durchschnittliche** Windgeschwindigkeit liegt bei $v=4 \text{ km/h}=1,11 \text{ m/s}$ (rund um die Uhr, 24 Stunden am Tag).

Je höher die Windkraftanlage ist-**Nabenhöhe**-um so höher ist die Windgeschwindigkeit.

Normale Windkraftanlagen haben einen Wirkungsgrad von ca. $n=0,35$ sind $n=35\%$, wobei n vom Betriebszustand abhängig ist $n=\text{maximal}$, wenn die Anlage im **optimalen** Betriebspunkt läuft.

$$P = n \cdot P_{th} = 0,35 \cdot 0,646 \text{ kg/m}^3 \cdot v^3$$

$P = 0,225 \text{ kg/m}^3 \cdot v^3$ ist die elektrische Leistung P_{el} pro m^2 Rotorfläche nach abzug der Verlusten

mit Kreisfläche $A_{kreis} = d^2 \cdot \pi / 4 = 0,785 \cdot d^2$ ergibt die Leistung der Windkraftanlage

$$P(\text{el}) = d^2 \cdot 0,1767 \text{ kg/m}^3 \cdot v^3$$

$P(\text{el}) = \text{Leistung in W (Watt)}$

$$\text{Einheitenkontrolle: } \text{kg/m}^3 \cdot \text{m}^2 \cdot (\text{m/s})^3 = \text{kg/m}^3 \cdot \text{m}^2 \cdot \text{m}^3/\text{s}^3 = \text{kg} \cdot \text{m}/\text{s}^2 \cdot \text{m}/\text{s} = \text{N} \cdot v$$

$$\text{kg} \cdot \text{m}/\text{s}^2 = \text{N (Newton)} \text{ und } \text{m}/\text{s} = v$$

$$P = F \cdot v = \text{N} \cdot \text{m}/\text{s} = \text{W (Watt)}$$

Proberechnung mit $v = 3 \text{ m/s}$

$$P_{th} = 0,645 \text{ kg/m}^3 \cdot (3 \text{ m/s})^3 = 17,415 \text{ W (Watt)} \text{ theoretische Leistung pro Quadratmeter ohne Verluste}$$

Wir betrachten nun die Säule mit 1 m^2 Grundfläche und der Länge $l = 3 \text{ m}$ (ergibt sich aus der Geschwindigkeit)

$$\text{Volumen } V = A \cdot l = 1 \text{ m}^2 \cdot 3 \text{ m} = 3 \text{ m}^3 \text{ (Kubikmeter)}$$

$$\text{Masse } m = \rho \cdot V = 1,29 \text{ kg/m}^3 \cdot 3 \text{ m}^3 = 3,87 \text{ kg} \text{ diese Masse durchläuft pro Sekunde die Rotorfläche von } 1 \text{ m}^2$$

$$\text{kinetische Energie } E_{kin} = 1/2 \cdot m \cdot v^2 = 1/2 \cdot 3,87 \text{ kg} \cdot (3 \text{ m/s})^2 = 17,415 \text{ J (Joule)}$$

Diese Energie würde pro Sekunde an das Windrad abgegeben, falls keine Verluste auftreten würden.

$$P_{th} = W_{th}/t = 17,415 \text{ J}/1 \text{ s} = 17,415 \text{ W/m}^2 \text{ (Watt pro Quadratmeter) Formel stimmt also}$$