Trigonometrische Funktionen

1) y=f(x)=a*sin(w*x+b)+c oder **y=f(t)=a*sin(w*(t-to))+c** mit **to=b/w**
2) y=f(x)=a*cos(w*x+b)+c oder **y=f(t)=a*cos(w*(t-to))+c**

to=Refferenzzeit in s (Sekunden),damit kann man die Verschiebung auf der Achse direkt ablesen

Merke:Diese beiden Funktionen sind **periodisch** und somit wiederholen sich die **Nullstellen/ Extrema** unendlich oft und das im gleichen Abstand zueinander mit jeder Drehung des Vektors am Einheitskreis

Hinweis:Bei **-w** (negatives Vorzeichen) findet eine **Spiegelung** an der **x-Achse** statt (wenn b=0) !!
Nur bei **y=f(x)=a*sin(w*x)** und nicht bei **y=f(x)=a*cos(w*x)**
Bei **-a** (negatives Vorzeichen) findet eine **Spiegelung** an der **x-Achse** statt!!
w=positiv Einheitsvektor dreht sich entgegen dem Uhrzeigersinn (mathematisch positive Drehrichtung)
w=negativ Einheitsvektor dreht sich im Uhrzeigersinn
w=1 normaler Kurvenverlauf
w>1 Graph wird gestaucht (zusammengeschoben),Periodendauer **T wird kleiner**
0<w<1 Graph wird gestreckt (auseinandergezogen),Periodendauer **T wird größer**
Bei der Zeitmessung **t=0 s** ergibt sich y=f(0)=a*sin(w*0+b)=**a*sin(b)** ist die Stellung des sich drehenden Vektors im Einheitskreis bei **t=0 s** (Verschiebung auf der x-Achse)!!

Nullstellen und Extrema kann man direkt am Einheitskreis ablesen

Am Einheitskreis sehen wir einen sich **drehenden Vektor** und können dort den Winkel **(a)** zwischen der x-Achse und dem Vektor ablesen.
Rechner auf **rad (**Radiant,Winkel in Bogenmaß) einstellen !!

1) y=f(x)=sin(w*x+b
Nullstelle x1 ergibt 0=w*x+b also **x1=-b/w**
„ x2 ergibt pi=w*x+b also **x2=(pi-b)/w**
Maximum x ergibt pi/2=w*x+b also **x=(pi/2-b)/w**
Minimum x ergibt 3/2pi=w*x+b also **x=(3/2pi-b)/w**

2) y=f(x)=cos(w*x+b)
Nullstelle x1 ergibt pi/2=w*x+b also **x1=(pi/2-b)/w**
Nullstelle x2 ergibt 3/2pi=w*x+b also **x2=(3/2pi-b)/w**
Maximum x ergibt 0=w*x+b also **x=-b/w**
Minimum x ergibt pi=w*x+b also **x=(pi-b)/w**

Tipp:Auswendig lernen dieser Formeln ist zu aufwendig und birgt ein hohes Risiko an Fehlern.Es ist besser,wenn man die Formeln fehlerfrei aufschreibt und dann in der Arbeit verwendet,falls erlaubt.
Besser ist es,wenn man immer den Einheitskreis aufzeichnet und die wichtigen Winkel anträgt.
Diese sind immer **(a)=0, (a)=pi/2=90°, (a)=pi=180°, (a)=3/2pi =270°**

Hinweis:In der Mathematik rechnet man **ohne Einheiten,**während man in der Physik **mit Einheiten** rechnet.
Man muß immer überprüfen-in der Mathematik/Physik-welche Form die Formel/Gleichung hat.

zeichne folgende Funktionen (Graph) auf Millimeterpapier

1) y=f(x)=3*sin(2*x+1)   Nullstelle x=-1/2   verschiebt auf der x-Achse nach **links !!**
   y=f(x)=3*sin(2*(x+1/2)   „   x=-1/2

2) y=f(x)=3*cos(2*x+1)   Maximum bei x=-1/2   verschiebt auf der x-Achse nach **links !!**
   y=f(x)=3*cos(2*(x+1/2)   „   bei x=-1/2

Vorsicht:b=1=positiv verschiebt nach links,b=-1=negativ verschiebt nach rechts

Umrechnung von rad (Radiant) in Grad **360°/(2*pi)*b=…**   mit b=Winkel in rad
b=Winkel zwischen der **positiven x-Achse** und dem **Vektor im Einheitskreis.**

Vorsicht mit den Vorzeichen bei **+b** und **-b**

Tipp:Musteraufgaben durchrechnen und das Ergebnis notieren,damit man nicht Probleme bei den Vorzeichen bekommt.

Musteraufgaben

y=f(x)=sin(1 rad/s*x+2 rad) Graph ist um 2 Einheiten auf der x-Achse nach **links** verschoben
y=f(t)=sin(2 rad/s*t+2 rad) ergibt f(t)=sin(t+2 rad/(2 rad/s))=sin(t+1 s) Graph um 1 Einheit nach **links verschoben**

y=f(x)=sin(w*(t-to)) mit **w=3 rad/s** und **to=-2 s** ergibt f(t)=sin(3 rad/s*(t-(-2))=sin(2 rad/s*(t+2 s)

Graph ist um 2 Einheiten auf der x-Achse nach **links** verschoben !! Nullstelle bei t=-2 s

Es gilt immer die Formel für die Nullstellen **x=k*pi mit k=0,1,2,3,….**

1.te Nullstelle bei x=0*pi=0=2 rad/s*(x+2 s)=2*rad/s*x+4 rad ergibt x=-4 rad/(2 rad/s)=**-2 s (**Sekunden)

Hinweis:Auf der x-Achse kann man die Zeit **t** und den dazugehörigen Winkel auftragen,weil
Winkel=Winkelgeschwindigkeit*t=**w*t   oder w*t+b oder w*(t-to)**

t=Zeit in s (Sekunden),wird auf der x-Achse aufgetragen
to=Referenzzeit in s (Sekunden),kann man direkt auf der x-Achse ablesen,verschiebt den Graphen auf der x-Achse nach rechts oder links

y=f(x)=a*sin(w*t+b)

Einheiten : b in rad (Radiant) verschiebt den Graphen auf der x-Achse nach rechts oder links
w=2*pi/T ist die Kreisfrequenz=Winkelgeschwindigkeit in rad/s (Radiant pro Sekunde)
Einheitenkontrolle: w*t   ergibt rad/s*s=rad   nun kann man t kürzen s/s=1 kann weggelassen werden

Notwendige Formeln stehen im Mathe-Formelbuch im Kapitel **trigonometrische Funktionen**

(ca. 20 Seiten).
Außerdem braucht man einen **GTR** (Graphiktaschenrechner),wie ich einen von Casio habe,daman immer einen Überblick hat.

a=Amplitude ist der Ausschlag nach oben und unten um eine Mittellinie
c>0 verschiebt den Graphen nach oben auf der y-Achse
c<0 verschiebt den Graphen nach unten auf der y-Achse
w=2*pi/T ist die Kreisfrequenz=Winkelgeschwindigkeit in rad/s (Radiant pro Sekunde)
2*pi=Vollkreis in rad (Radiant=Winkel in Bogenmaß)
T=Periodendauer in s (Sekunden),ist die Zeit für die positive und negative Halbwelle)
w=1 normaler Kurvenverlauf
w>1 Graph wird auf der x-Achse gestaucht
0<w<1 Graph wird auf der x-Achse gestreckt
b<0 verschiebt den Graphen auf der x-Achse nach rechts
b>0 verschiebt den Graphen auf der x-Achse nach links

Entstehung des Graphen y=f(x)=sin(x)

Man nimmt ein Autorad und stellt das Ventil **waagerecht** (rechts vom Drehmittelpunkt).
Man zeichnet rechts vom Rad ein x-y-Koordinatensystem,wo man die einzelnen Stellungen des Ventils einträgt.
Man dreht das Rad um seinen Mittelpunkt (Rad ist an einer festen Achse befestigt) nach **links,** entgegen dem Uhrzeigersinn,ist die **mathematisch positive Drehrichtung.**
Verbindet man nun die einzelnen eingetragenen Punkte im x-y-Koordinatensystem mit einem Kurvenlineal,so ergibt sich der Verlauf des Graphen.

Hinweis:**y=f(x)=cos(x)=sin(x+pi/2)** beide Graphen haben den selben Verlauf,sind aber auf der x-Achse um 90°=pi/2 gegeneinander verschoben.

Die Funktionen sind **periodisch** und somit wiederholen sich auch die **Nullstellen,Extrema** und **Wendepunkte** periodisch.

Aus dem Mathe-Formelbuch

y=f(x)=sin(x)

Wertebereich	**(-1,+1)**	
Nullstellen	**x=k*pi**	mit **k=0,1,2,3,…**
Pole keine		
Extrema	**x=pi/2+k*pi**	mit **k=0,1,2,3,..**
Wendepunkte	**x=k*pi**	mit **k=0,1,2,3,..**
Asymptoten	**keine**	

y=f(x)=cos(x)

Wertebereich	**(-1,+1)**	
Nullstellen	**x=pi/2+k*pi**	mit **k=0,1,2,3,..**
Pole	**keine**	
Extrema	**x=k*pi**	mit **k=0,1,2,3,**
Wendepunkte	**x=pi/2+k*pi**	mit **k=0,1,2,3,..**
Asymptoten	**keine**	

es gibt 2 Funktionswerte neben den Extrema

y=f(x)=sin(x) Maximum bei xmax=pi/2+0*pi=pi/2 rechts und links neben dem Maximum gibt es **2 gleiche Funktionswerte,**einmal vor dem Maximum (aufsteigender Graph) und nach dem Maximum (abfallender Graph)

Oft werden solche gleiche Funktionswerte in einer Aufgabenstellung gesucht

Steckbriefaufgabe (Rekonstruktion)

Hier muss man aus einer Zeichnung **w=2*pi/T** und/oder **b** oder direkt **to** ablesen
T=Periodendauer in s kann man auf der x-Achse ablesen,weil das ja die Zeit zwischen dem **1.ten Maximum** und dem **2.ten Maximum** ist **(**periodische Funktion,die sich ständig wieder-holt)
Oder zwischen **1.ter Nullstelle und 3.ter Nullstelle** (in der Mitte liegt eine Nullstelle,die die positive Halbwelle mit der negativen Halbwelle verbindet)

Erklärung to=Refferenzzeit

1) y=f(t)=a*sin(w*t+b) hier kann man bei t=0 s im x-y-Koordinatensystem b ablesen
b ist der Winkel zwischen dem Vektor r=a und der positiven x-Achse bei der Zeit t=0
2) y=f(t)=s*sin(w*(t+b/w))=a*sin(w*(t+to)) hier kann man to auf der x-Achse ablesen

Zuerst eine Zeichnung machen,als Beispiel **y=f(t)=2*sin(2*t+pi/2)**

1) den Einheitskreis zeichnen mit den sich drehenden Vektor **r=a=2 LE** (Längeneinheiten)
2) ein x-y-Koordinatensystem zeichnen mit dem Graphen f(t)=2*sin(2*t+pi/2)
auf der x-Achse tragen wir die **Zeit t in s** (Sekunden) ein

aus 2) sehen wir nun bei **t=0** ergibt f(0)=2*sin(pi/2)=2 also ergibt sich

f(x)=a*sin(w*x+b) den Winkelwert sin(b) ist bei t=0 s
Im Einheitskreis sehen wird den Winkel b zwischen der positiven x-Achse und dem Vektor r=a=2

mit y=f(t)=a*sin(w*t+b) und to=b/w ergibt f(t)=2*sin(2*(t+1/2*pi/2)=2*sin(2*(t+pi/4)

Nullstelle mit k*pi=2*t+pi/2 mit k=0 ist die 1.te Nullstelle also 0=2*t+pi/2

t=-pi/2*1/2=-pi/4 ist to=-pi/4

bedeutet:Bei t=0 steht der Vektor bei den Winkel (a)=b=pi/2

Mit der Winkelgeschwindigkeit w=2 rad/s ergibt sich mit to=Betrag pi/4
(a)=b=2 rad/s*pi/4 s=1,57 rad sind pi/2=1,57…

anders ausgedrückt:Bei to=-pi/4 s war der Winkel (a)=0 rad zwischen dem Vektor und der positiven x-Achse