

Translatorische (geradlinige) Bewegung

Merke: Der Weg s , die Geschwindigkeit v und die Beschleunigung a sind Vektoren. Diese können ein **positives** oder auch ein **negatives** Vorzeichen haben.

Bei den Rechnungen handelt es sich somit um eine **Vektoraddition** und/oder **Vektorsubtraktion**.

Vektoren sind **gerichtete Größen** und werden durch einem Pfeil dargestellt. Die Länge des Pfeils ist der **Betrag** und die **Pfeilspitze** zeigt die Wirkrichtung an.

Herleitung der Formeln

Die Beschleunigung $a = \text{konstant}$

1) $a = \text{konstant}$ nun 2 mal integrieren (aufleiten)

2) $V(t) = a \cdot t + V_0$

3) $S(t) = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 + V_0 \cdot t + S_0$

Mit diesen Formeln kann man alle Aufgaben rechnen. Die beiden Integrationskonstanten sind $C_1 = V_0$ und $C_2 = S_0$

Es gilt: **Anzahl der Unbekannten = Anzahl der Gleichungen** sonst ist die Aufgabe nicht lösbar.

Vorgehensweise

1) immer eine Zeichnung machen

2) ein x-y-Koordinatensystem zeichnen, damit sieht man die Vorzeichen der Vektoren

3) die Vektoren einzeichnen.

$a = \text{positive}$ die Geschwindigkeit nimmt zu

$a = \text{negativ}$ die Geschwindigkeit nimmt ab **Bremsvorgang**

Bremsvorgang

1) $a = \text{negativ}$ nun 2 mal integrieren

2) $V(t) = -a \cdot t + V_0$

3) $S(t) = -\frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 + V_0 \cdot t + S_0$

Wenn V_0 = Geschwindigkeit von der abgebremst wird und S_0 = schon zurückgelegter Weg vor dem Bremsbeginn (Reaktionszeit)

$S(t) = S_{\text{brems}} = -\frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 + V_0 \cdot t + S_0$ Abbremsung bis zum Stillstand $V(t) = 0$
aus 2) $V(t) = 0 = -a \cdot t + V_0$ ergibt die Bremszeit $t = V_0/a$ in 3)

$S_{\text{brems}} = -\frac{1}{2} \cdot a \cdot (V_0/a)^2 + V_0 \cdot V_0/a + S_0 = \frac{1}{2} \cdot V_0^2/a$

Bremsweg $S_{\text{brems}} = V_0^2/(2 \cdot a)$

Einheitenkontrolle: $(\text{m/s})^2 / (\text{m/s}^2) = \text{m}^2/\text{m} \cdot \text{s}^2/\text{s}^2 = \text{m} \cdot 1 = \text{m}$ stimmt, weil die Einheit der Strecke Meter ist.

Hinweis: Das negative Vorzeichen ist hier schon berücksichtigt wurde und deshalb wird nur der Zahlenwert von der Beschleunigung a eingesetzt.

$s_0 = v_0 \cdot t_r$ hier ist **t_r =Reaktionszeit** bis die Bremsung eingeleitet wird

ohne Reaktionszeit ist $s_0 = 0$ ergibt dann **$s_{\text{brems}} = v_0^2 / (2 \cdot a)$**

Brunnenaufgabe

Dies ist eine **Standardaufgabe** am Gymnasium und die Endlösung ist die **Nullstellenberechnung einer Parabel** (reelle Nullstellen=Schnittstellen mit der x-Achse)

Aufgabenstellung: Es soll die Tiefe eines Brunnens ermittelt werden, wobei die Gesamtzeit **t_{ges}** und die **Schallgeschwindigkeit $c = 333 \text{ m/s}$** gegeben ist

Ein Stein wird vom Rand eines Brunnens fallen gelassen und dabei beträgt die Gesamtzeit $t_{\text{ges}} = 2 \text{ s}$ (Sekunden)

gegeben: Gesamtzeit **$t_{\text{ges}} = 2 \text{ s}$** und die Schallgeschwindigkeit **$c = 333 \text{ m/s}$**

gesucht : Brunnentiefe $h = ?$

Lösung: Zuerst immer eine Zeichnung machen, mit einem **x-y-Koordinatensystem**

Die x-Achse wird hier nicht gebraucht und die y-Achse (Senkrechte Achse) ist dann die Höhe h in Abhängigkeit von der Zeit t

- 1) $g = -9,81 \text{ m/s}^2$ ist die Beschleunigung a und zwar negativ, weil dieser Pfeil in Richtung der negativen y-Achse zeigt
- 2) $v_y(t) = -g \cdot t + v_0$ hier $v_0 = 0 \text{ m/s}$ weil keine Anfangsgeschwindigkeit zum Zeitpunkt $t = 0 \text{ s}$
- 3) $s_y(t) = h(t) = -1/2 \cdot g \cdot t_f^2 + v_0 \cdot t + h$
- 4) $t_{\text{ges}} = t_f + t_r$
- 5) $h = c \cdot t_r$

t_f = Fallzeit, bis der Stein auf den Brunnenboden auftrifft

t_r = Rücklaufzeit bis man den Aufschlag oben am Brunnenrand hört

Hinweis: Hier muß nur noch **$g = 9,81 \text{ m/s}^2$** eingesetzt werden, weil das **Minuszeichen** schon berücksichtigt wurde.

aus 3) $h(t) = 0 = -1/2 \cdot g \cdot t_f^2 + h$ aus 4) $t_f = t_{\text{ges}} - t_r$ ergibt

$0 = -1/2 \cdot g \cdot (t_{\text{ges}} - t_r)^2 + h$ mit 5) $h = c \cdot t_r$

Endformel: $0 = -1/2 \cdot g \cdot (t_{\text{ges}} - t_r)^2 + c \cdot t_r$

binomische Formel: $(x - b)^2 = x^2 - 2 \cdot b \cdot x + b^2$

$(t_{\text{ges}} - t_r)^2 = t_{\text{ges}}^2 - 2 \cdot t_r \cdot t_{\text{ges}} + t_r^2$

Zweckmäßig dividiert man durch $-g/2$ um auf die Parabelform **$0 = x^2 + p \cdot x + q$** zu kommen, die man mit der **p-q-Formel** lösen kann

$0 = t_{\text{ges}}^2 - 2 \cdot t_r \cdot t_{\text{ges}} + t_r^2 - c^2 / g \cdot t_r$

Einheitenkontrolle: $s^2 - s^2 \cdot s + s^2 - (m/s) / (m/s^2 \cdot s) = s^2 - s^2 + s^2 - m/m \cdot s^2 / s \cdot s = s^2 - s^2 + s^2 - s^2$ **Formel** stimmt

Hinweis: Man rechnet mit Einheiten, wie mit Zahlen und mit der **Einheitenkontrolle** überprüft man Formeln, ob diese überhaupt stimmen können.

$$0 = tr^2 - 2 * t_{ges} * tr - c^2 / g * tr + t_{ges}^2$$

$$0 = tr^2 + 2 * (-t_{ges} - c/g) * tr + t_{ges}^2 \quad \text{mit } t_{ges} = 2 \text{ s und } c = 333 \text{ m/s ergibt}$$

$$0 = tr^2 - 71,889 * tr + 4 \quad \text{hat die Form der Parabel } 0 = 1 * x^2 - 71,889 * x + 4$$

Lösung mit meinem **GTR** (Graphiktaschenrechner Casio) $tr_1 = 71,833.. \text{ s}$ zu hoch $tr_2 = 0,05568 \text{ s}$
Brunnentiefe $h = c * tr = 333 \text{ m/s} * 0,05568 \text{ s} = 18,54 \text{ m}$ bei Gesamtzeit $t_{ges} = 2 \text{ s}$

Fallzeit des Steins aus $S(t) = h(t_f) = 18,54 \text{ m} = 1/2 * g * t_f^2$ ergibt $t_f = \sqrt{18,54 \text{ m} * 2 / (9,81 \text{ m/s}^2)}$

$t_f = 1,944 \text{ s}$ Fallzeit des Steins