

Steckbriefaufgabe (Rekonstruktion, Modellierungsaufgabe)

Solche Aufgaben führen **immer zu einem LGS** (Lineares Gleichungssystem)

Es gilt: **Anzahl der Unbekannten = Anzahl der unabhängigen Gleichungen**, dann gibt es eine eindeutige Lösung.

Gleichungssystem mit 3 Unbekannte, **x, y und z** und 3 Gleichungen

1) $a_{11} \cdot x + a_{12} \cdot y + a_{13} \cdot z = b_1$

2) $a_{21} \cdot x + a_{22} \cdot y + a_{23} \cdot z = b_2$

3) $a_{31} \cdot x + a_{32} \cdot y + a_{33} \cdot z = b_3$

für die Aufstellung des LGS kommen auch die Ableitungen der Funktion **$y=f(x)=..$** zum Einsatz.

Bedingung **Maximum** $f'(x)=0$ und $f''(x)<0$

Bedingung **Minimum** $f'(x)=0$ und $f''(x)>0$

Bedingung **Wendepunkt** $f''(x)=0$ und $f'''(x) \neq 0$

Bedingung **Sattelpunkt** $f''(x)=0$ und $f'''(x) \neq 0$ und $f'(x)=0$

Der Sattelpunkt ist ein besonderer Wendepunkt, wo die Tangente **waagerecht** zur **x-Achse** liegt. Den **Sattelpunkt** nennt man auch **Terrassenpunkt oder Stufenpunkt**.

Parabel (ganzrationale Funktion 2.ten Grades) **$y=f(x)=a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x + a_0$**

sehr einfach wird die Aufgabe, wenn 3 Punkte gegeben sind. **$P_1(x_1/y_1)$, $P_2(x_2/y_2)$ und $P_3(x_3/y_3)$**

1) $a_2 \cdot x_1^2 + a_1 \cdot x_1 + a_0 = y_1$

2) $a_2 \cdot x_2^2 + a_1 \cdot x_2 + a_0 = y_2$

3) $a_2 \cdot x_3^2 + a_1 \cdot x_3 + a_0 = y_3$

die 3 Unbekannten sind hier **a_2, a_1 und a_0** .

Sehr schnell lösbar mit einem GTR (Graphiktaschenrechner)

Ist die gesuchte Funktion eine Parabel, so ergeben sich höchstens 3 Gleichungen

kubische Funktion (ganzrationale Funktion 3.ten Grades) **$y=f(x)=a_3 \cdot x^3 + a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x + a_0$**

hier können bis zu 4 Gleichungen auftreten

Die Lösung eines LGS mit 4 Unbekannte ist in Handarbeit sehr aufwendig und das Risiko für Rechenfehler ist sehr hoch (für Anfänger fast nicht zu schaffen)

abgeleitet ergeben sich:

1) $y' = f'(x) = 3 \cdot a_3 \cdot x^2 + 2 \cdot a_2 \cdot x + a_1$

2) $y'' = f''(x) = 6 \cdot a_3 \cdot x + 2 \cdot a_2$

a_0 ergibt sich oft aus **$x=0$**

Oft ist auch eine Steigung **$f'(x)=m$** gegeben

Eine Standardaufgabe ist die Landung eines Flugzeugs, wo man ein **Maximum und ein Minimum** hat

Das Minimum liegt dann im Ursprung des x-y-Koordinatensystems bei $P_{\min}(0/0)$ ergibt dann **$a_0=0$**

bleibt $y=f(x)=a_3x^3+a_2x^2+a_1x$

1) $f'(x)=0=3a_3x^2+2a_2x+a_1$ ist das Maximum, wo das Flugzeug den Landeanflug beginnt.

2) $f'(0)=0=3a_3\cdot 0^2+2a_2\cdot 0+a_1$ ist das Minimum, wo das Flugzeug landet, also muss **$a_1=0$** sein

bleibt ein lineares Gleichungssystem mit 2 Unbekannte und 2 Gleichungen. Weil aber beide Gleichungen gleich Null sind, braucht man 1 Gleichung, die ungleich Null ist.

Die hat man, wenn der Punkt bekannt ist, wo das Flugzeug zur Landung ansetzt.

Zum Schluss überprüft man mit der ermittelten Funktion **$y=f(x)=\dots$** ob die Bedingungen in der Aufgabe erfüllt sind.