

Quadratische Ergänzung

Es werden die beiden **binomischen Formeln** angewendet, je nach Aufgabe:

$$1) (x+b)^2 = x^2 + 2 \cdot b \cdot x + b^2$$

$$2) (x-b)^2 = x^2 - 2 \cdot b \cdot x + b^2$$

Die Rechnung wandelt die **allgemeine Form der Parabel** $y=f(x)=a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ in die **Scheitelpunktform** um $y=f(x)=a \cdot (x+e)^2 + c$

Beispiel

$$y=f(x)=2 \cdot x^2 - 4 \cdot x + 5 \quad \text{zuerst die 2 ausklammern}$$
$$= 2 \cdot (x^2 - 2 \cdot x) + 5 \quad \text{binomische Formel } (x-b)^2 = x^2 - 2 \cdot b \cdot x + b^2 \quad \text{mit } -2 \cdot b = -2$$

$$b = -2 / -2 = 1 \quad \text{ergibt } b^2 = 1^2 = 1$$

$$y=f(x)=2 \cdot (x^2 - 2 \cdot x + 1^2 - 1^2) + 5 \quad \text{nun die } -1^2 \text{ ausklammern}$$
$$= 2 \cdot x^2 - 2 \cdot 2 \cdot x + 1^2 \cdot 2 - 1^2 \cdot 2 + 5 \quad \text{nun wieder die 2 ausklammern}$$
$$= 2 \cdot (x^2 - 2 \cdot x + 1^2) - 1^2 \cdot 2 + 5$$
$$= 2 \cdot (x^2 - 2 \cdot x + 1^2) - 2 + 5 \quad \text{binomische Formel } (x-b)^2 = x^2 - 2 \cdot b \cdot x + b^2 \quad \text{mit } b=1$$

$$y=f(x)=2 \cdot (x-1)^2 + 3$$

Hinweis: Die **quadratische Ergänzung** ist $+1^2 - 1^2 = 0$ dadurch wird die Gleichung nicht verändert, sondern nur umgeformt.

In der Schule klammert man auch oft aus $y=f(x)=2 \cdot (x^2 - 2 \cdot x + 5/2)$ aber $5/2$ ist nicht notwendig. Das ergibt dann $f(x)=2 \cdot (x^2 - 2 \cdot x + 1^2 - 1^2 + 5/2)$ ist nur etwas aufwendiger.

$$\text{Hätte man } y=f(x)=2 \cdot x^2 + 4 \cdot x + 5 \quad \text{die 2 ausklammern}$$
$$= 2 \cdot (x^2 + 2 \cdot x) + 5 \quad \text{binomische Formel hier } (x+b)^2 = x^2 + 2 \cdot b \cdot x + b^2$$

$$\text{mit } 2 \cdot b = 2 \quad \text{ergibt } b = 2/2 = 1 \quad \text{und } b^2 = 1^2 = 1$$

Weitere Rechnung, wie im Beispiel.