Parabel

Die Parabel ist immer **u-förmig.**
allgemeine Form **$y=f(x)=a2*x^2+a1*x+ao$** oder mit anderen Buchstaben **$y=f(x)=a*x^2+b*x+c$**

Scheitelpunkt Ps(xs/ys) (Maximum oder Minimum) **$xs=-b/(2*a)$ und $ys=-(b)^2/(4*a)+c$**

Scheitelpunktform **$y=f(x)=a*(x-xs)^2+ys$**

a2=Streckungsfaktor (Formfaktor)

|a2|>1 Parabel **gestreckt** Öffnung **schmal**
|a2|<1 Parabel **gestaucht** Öffnung **breit**
a2>0 Parabel nach **oben offen,Minimum** vorhanden
a2<0 Parabel nach **unten offen,Maximum** vorhanden
ao>0 verschiebt nach **oben**
ao<0 verschiebt nach **unten**

einfachste Form **$y=f(x)=a*x^2$** oder **$y=f(x)=a*x^2+c$**
c verschiebt,wie ao nach oben oder unten

gemischtquadratische Form **$0=x^2+p*x$** **Nullstellen** (reelle Nullstellen=Schnittstellen mit der x-Achse)
x1=0 und **x2=-p**

Reinquadratische Gleichung **$0=x^2+q$** **Nullstellen** **x1,2=** **+/-Wurzel(-q)** für **q≤0**
+/-i Wurzel(q) für q>0

i=imaginäre Einheit,siehe Mathe-Formelbuch **komplexe Zahlen**
Hinweis:bei $f(x)=1*x^2+2$ liegt die Parabel komplett über der x-Achse und somit liegen keine **reellen Nullstellen** (Schnittstellen mit der x-Achse) vor.
a1=1 Parabel nach oben offen

Satz von **Vieta: x1+x2=-p und x1*x2=q** x1,2 sind die reellen Nullstellen,falls vorhanden

Nullstellenermittlung

gegeben:Parabel **$0=x^2+p*x+q$** Lösung mit der **p-q-Formel**
$x,1,2=-p/2+/-\text{Wurzel}[(p/2)^2-q]$

Lösbarkeitsregeln

Diskriminate $D=(p/2)^2-q$

D>0 2 reelle verschiedene Lösungen (reelle Nullstellen=Schnittstellen mit der x-Achse)
D=0 2 gleiche reelle Lösungen **(doppelte Nullstelle**=Parabel berührt hier die x-Ache)
D<0 2 konjugiert komplexe Lösungen (die Parabel liegt **komplett über oder unter der x-Achse)** schneidet nicht die x-Achse

komplexe Zahl **z=Realteil +/- i Imaginärteil** mit i=imaginäre Einheit siehe Mathe-Formelbuch komplexe Zahlen

Hinweis: +/-Wurzel(4)=+/-2 ergibt $(+2)^2=4$ und $(-2)^2=4$ es gibt keine reelle Zahl,die **quadriert** eine **negative Zahl** ergibt !

Steckbriefaufgabe (Rekonstruktion,Modellierungsaufgabe)

1 Fall:Es sind 3 Punkte gegeben **P1(x1/y1),P2(x2/y2)** und **P3(x3/y3),**die nicht auf einer Geraden liegen.
Das ergibt dann ein **LGS** (lineares Gleichungssystem)

mit **$y=f(x)=a2*x^2+a1*x+ao$** oder auch mit anderen Buchstaben **$y=f(x)=a*x^2+b*x+c$**

1) $y1=a2*x1^2+a1*x1+ao$ aus P1(x1/y1)
2) $y2=a2*x2^2+a1*x2+ao$ aus P2(x2/y2)
3) $y3=a2*x3^2+a1*x3+ao$ aus P3(x3/y3)

wir haben hier nun 3 Unbekannte,**a2,a1 und ao** und 3 unabhängige Gleichungen und dieses LGS löst man am einfachsten mit einem **GTR** (Graphiktaschenrechner Casio,wie ich einen habe)

2 Fall:Es ist der Scheitelpunkt **Ps(xs/ys)** und ein Punkt **P1(x1/y1)** gegeben,dann nimmt man die **Scheitelpunktform**

$y=f(x)=a*(x-xs)^2+ys$ Den Scheitelpunkt kann man direkt einsetzen und **a** ermittelt man über den gegebenen Punkt
$y1=a*(x1-xs)^2+ys$ ergibt

$a=(y1-ys)/(x1-xs)^2$

$y=f(x)=(y1-ys)/(x1-xs)^2*(x-xs)^2+ys$

$y=f(x)=(y-xs)+ys$ ist dann die gesuchte Parabel

Herleitung von **$xs=- b/(2*a)$ $ys=- (b)^2/(4*a)+c$**

1) $y=f(x)=a*x^2+b*x+c$ abgeleitet
2) $m=f'(x)=0=2*a*x+b$ ist die Steigung im Scheitelpunkt **xs** ergibt **$xs=-b/(2*a)$**

eingesetzt in 1) $ys=f(xs)=a*[-b/(2*a)]^2+b*[-b/(2*a)]+c$
$ys=a*b^2/(4*a^2)-b^2/(2*a)+c=b^2/(4*a)-b^2/2*a)+c=1/4*b^2/a-2/4*b^2/a+c$

$ys=-(b)^2/(4*a)+c$