

Tangente/Normale

Die Tangente berührt (tangiert) einen Graphen und eine Normale schneidet einen Graphen unter einem Winkel von 90° , steht also senkrecht auf dem Graphen.

Die **Normale** braucht man für eine Abstandsberechnung **Punkt-Graph**.

Abstand von 2 Punkten in der Ebene $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ Punkt P1(x1/y1) Punkt 2 P2(x2/y2)

Tangentengleichung: $y_t = f(x) = f'(x_0) \cdot (x - x_0) + f(x_0)$

Normalengleichung: $y_n = f_n(x) = -1/f'(x_0) \cdot (x - x_0) + f(x_0)$

x_0 = Berührungspunkt/Schnittpunkt mit dem Graphen an der Stelle $f(x_0) = \dots$

Herleitung Tangentengleichung

Gerade: 1) $y = f(x) = m \cdot x + b$ mit Steigung $m = f'(x_0)$ abgeleitet von beliebige Funktion $y = f(x) = \dots$

$f_t(x) = f'(x_0) \cdot x + b$ ist die Tangentengerade

Bedingung für eine Tangente: 1) der Funktionswert $y = f(x_0) = f_t(x_0)$ beide Funktionswerte sind gleich
2) Steigung $y' = f'(x_0) = m$ beide Steigungen müssen gleich sein

mit 2) $f(x_0) = f_t(x_0) = f'(x_0) \cdot x_0 + b$ ergibt $b = f(x_0) - f'(x_0) \cdot x_0$ eingesetzt

$f_t(x) = f'(x_0) \cdot x + f(x_0) - f'(x_0) \cdot x_0$ nun $f'(x_0)$ ausklammern

$f_t(x) = f'(x_0) \cdot (x - x_0) + f(x_0)$

Herleitung Normalengleichung

Gerade: $y = f(x) = m \cdot x + b$ eine Normale steht senkrecht auf der Tangente und es gilt $mn = -1/f'(x_0)$

$y_n = f_n(x) = -1/f'(x_0) \cdot x + b$ beide Funktionswerte müssen gleich sein $f(x_0) = f_n(x_0)$ ergibt

$f(x_0) = -1/f'(x_0) \cdot x_0 + b$ ergibt $b = f(x_0) + 1/f'(x_0) \cdot x_0$

$f_n(x) = -1/f'(x_0) \cdot x + f(x_0) + 1/f'(x_0) \cdot x_0$ nun $-1/f'(x_0)$ ausklammern

$f_n(x) = -1/f'(x_0) \cdot (x - x_0) + f(x_0)$

Mit den beiden Formeln kann man dann alle Tangenten/Normalen-Aufgaben lösen.

- 1) meistens ist x_0 gegeben und man muss die Tangenten- und/oder Normalengleichung aufstellen
- 2) es kann aber auch sein, dass man x_0 bestimmen muss, was dann oft zu einer **quadratischen Gleichung** oder auch einer **Exponentialfunktion** führt.