Kurvendiskussion

Bei der **Kurvendiskussion** werden die wichtigen Stellen eines Graphen (Funktion,Kurvenverlauf) ermittelt.
In der Wirtschaftsmathematik sind das:
- Gewinnschwelle/Verlustschwelle sind die **reellen Nullstellen** (Schnittstellen mit der x-Achse)
- Maximum/Minimum ist der maximaler/minimaler Gewinn oder auch maximaler Umsatz
- Wendestelle ist das maximale Wachstum (Umsatzsteigerung)
- Kostenfunktion gibt an,wie hoch die Produktionskosten in Abhängigkeit von der Produktionsstückzahl ist

usw.
Man wendet folgende Formeln an:
Bedingung **Maximum $f'(x)=0$ und $f(x)''<0$**
Bedingung **Minimum $f'(x)=0$ und $f(x)''>0$**
Bedingung **Wendepunkt $f(x)''=0$ und $f'''(x)\neq 0$**
Bedingung **Sattelpunkt $f''(x)=0$ und $f'''(x)\neq 0$ und $f'(x)=0$**

Der Sattelpunkt ist ein besonderer Wendepunkt,bei dem die Tangentensteigung **$f'(x)=m=0$** ist.
Die **Tangente** im Sattelpunkt liegt somit **parallel** zur x-Achse.
Der Sattelpunkt wird auch **Terrassenpunkt oder auch Stufenpunkt** genannt.

Der Wendepunkt trennt 2 Kurvenbögen,**konvex und konkav,**voneinander.

Es findet am Wendepunkt ein **Vorzeichenwechsel** bei der **Krümmung** statt.

Formel Krümmung: **$k=y''/[1+(y'^2)]$^(3/2)** siehe Mathe-Formelbuch Kapitel **Differentialgeometrie**

$k<0$ konvex (Rechtskrümmung von oben gesehen)
$k>0$ konkav (Linkskrümmung von oben gesehen)

$y''=f''(x)$ ist die 2.te Ableitung der Funktion $y=f(x)=\ldots$

Beispiel

1) $f(x)=0{,}1*x^3-0{,}2*x^2-0{,}5*x+0{,}6$ Nullstellen bei $x1=-2$ und $x2=1$ und $x3=3$
Maximum bei Pmax(-0,786/0,821) gerundet
Minimum bei Pmin(2,119/-0,406) gerundet

2) $f'(x)=m=0=0{,}3*x^2-0{,}4*x-0{,}5$ Nullstellen bei $x1=-0{,}786$ und $x2=2{,}119$ ($y'=f'(x)m$=Steigung)
3) $f''(x)=0=0{,}6*x-0{,}4$ Nullstelle bei $xw=2/3$ Wendepunkt
4) $f'''(x)=0{,}6\neq 0$ also ein Wendepunkt

zeichne diese 4 Funktionen untereinander auf Millimeterpapier,damit die Zusammenhänge dieser Funktionen **graphisch sichtbar** werden (wird in der Schule verlangt).

Maßstab:y-Achse **(Ordinate) 1 cm Zeichnung=0,1 Einheiten**
x-Achse (**Abszisse) 1 cm Zeichnung=2 Einheiten**

Beispiel

Diese Funktion geht im Ursprung P(0/0) von einer **Rechtskrümmung** in eine **Linkskrümmung** über.Ist **zentralsymetrisch** zum Nullpunkt (Ursprung) des Koordinatensystems.

1)$y=f(x)=x^3$ ist **punktsymetrisch** zum Ursprung P(0/0) **$f(x)=-1*f(-x)$** und Exponent **n=ungerade**
2) $f´(x)=m=0=3*x^2$
3) $f´´(x)=0=6*x$ Wendepunkt bei xw=0
4) $f´´´(x)=6\neq 0$ also ein Wendepunkt

Bedingung **Sattelpunkt $f´´(x)=0$ und $f´´´(x)\neq 0$ und $f´(x)=0$**

Der Wendepunkt ist also auch gleichzeitig ein Sattelpunkt $f´(0)=m=3*0^2=0$

zeichne die Funktion $y=f(x)=x^3$ auf Millimeterpapier

Maßstab: y-Achse (Ordinate) 1 cm Zeichnung=1 Einheiten **ymax=5 ymin=-5**
x-Achse (Abszisse) 1 cm Zeichnung=1 Einheit **xmax=2 xmin=-2**