Integralrechnung

Das Integralzeichen ∫ (verzerrtes S) ist der mathematische Befehl zur Aufsummierung unendlich vieler kleiner Teilfläche **dA** zu einer Gesamtfläche **A.**
Die Integralrechnung ist somit eine Flächenberechnung.

Sehr wichtig:Bei der Flächenberechnung unter dem Graphen **y=f(x)=.. und der x-Achse,**darf man nicht über **Nullstellen hinweg integrieren,**weil Flächen unter der x-Achse bei der Integration ein **negatives Vorzeichen** erhalten und Flächen über der x-Achse ein **positives Vorzeichen.**
Bei der Addition dieser Beiden Flächen heben diese sich dann teilweise oder ganz auf.
Notwendig ist auch ein **GTR** (Graphiktaschenrechner),weil man so sehr viel Arbeit spart und man kann eine Zahlenrechnung sehr schnell auf Richtigkeit prüfen.

Bei meinem GTR Casio **CFX-9850GC Plus** erfolgt die Flächenberechnung

Pfad:Rechner einschalten – Menü **RUN**-Taste **OPTN-CALC**-∫**dx**

nun die Funktion ∫**2*x,0,2** eingeben, Ergebnis **A=4 FE** (Flächeneinheiten) x=0 untere Grenze
x=2 obere Grenze
Diese Fläche ist ein **rechtwinkliges Dreieck !**

Merke:Bei der Integration (aufleiten) muss immer eine Konstante **C angehängt werden,**weil bei der Differentation (ableiten) Konstanten wegfallen.

y=f(x)=m*x^1+b*x^0 mit x^0=1 wird weggelassen ,hier wegen der Vollständigkeit aufgeführt,
abgeleitet
y´=f`(x)=m*1+x^(1-1)+b*0*x^(0-1)=m*x^0+0
y´=f´(x)=m

nun integrieren (aufleiten) F(x)=∫f(x)*dx=∫m*x^0*dx=m*x^(0+1)/(0+1)+C

F(x)=m/1*x^1+C

F(x)=m*x+C hier ist C die verlorengegangene Konstante b und die muss mit den Anfangsbedingungen bestimmt werden.

Beispiel:bei x=0 soll sein f(0)=10 ergibt y=f(x)=10=m*0+b ergibt b=10

y=f(x)=m*x+10 also b=10 unter diesen Anfangsbedingungen

Genau so,wie bei der Differentialrechnung hat man im Mathe-Formelbuch in Kapitel **Integralrechnung** Formeln,mit denen man die Aufgaben lösen kann.

Wichtige Kapitel Integralrechnung im Mathe-Formelbuch:

- **Grundintegrale**
- **Integrationsregeln**
- **Partielle Integration**
- **Integration durch Partialbruchzerlegung**
- **einige besondere Integrale**
- **Integration durch Reihenentwick-**

lung
- Integrale irrationaler Funktionen
- Integrale trigonometrischer Funk-tionen
usw.

Grundintegrale (Auszug)

∫a*f(x)*dx=a*∫f(x)*dx Konstanten können vor das Integralzeichen gezogen werden !!
∫x^k*dx=x^(k+1)*1/(k+1)+C mit k ≠ -1 für k<0 gilt x≠0
∫dx/x*dx=ln|x|+C mit **x≠0** und **e^(c)=a** und **ln|a|=c**
∫e^(x)*dx=e^(x)+C
∫a^(x)*dx=a^(x)/ln|a|+C=a^(x)*loga*e+C mit **a>0** und **a≠1**

∫sin(x)*dx=-1*cos(x)+C
∫cos(x)*dx=sin(x)+C
∫tan(x)*dx=-1*ln|sin(x)|+C mit **x≠(2*k+1)*pi/2**
∫dx/cos^2(x)*dx=tan(x)+C mit **x≠(2*k+1)/2*pi**
∫dx/sin^2(x)*dx=-1*cot(x)+C mit **x≠k*pi**

Integrationsregeln

siehe Mathe-Formelbuch Kapitel Integralrechnung

Integration durch Substitution (ersetzen)

∫f(x)*dx=∫f(z)*dz/z´ mit **z´=dz/dx=konstant** Konstante können vor das Integralzeichen gezogen werden !!

oder:**wenn sich das übriggebliebene x aufhebt**

Beispiel:∫e^(1/10*x)*dx Substitution (ersetzen) **z=1/10*x** abgeleitet **z´=dz/dx=1/10**

∫e^(z)*dz/(1/10)=10*∫e^(z)*dz=10*e^(z)+C

F(x)=10*e^(1/10*x)+C

Beispiel:Nullstelle bei x=0 (untere Grenze) und x=1 obere Grenze

A=obere Grenze minus untere Grenze die Konstante C hebt sich hierbei auf **C-C=0**

A=(10*e^(1/10*1))-(10*e^(1/10*0))=(11,0517..)-(10*1)=1,0517 FE

A=1,0517 FE (Flächeneinheiten) Kontrolle mit dem GTR, ergibt Ergebnis stimmt.

Partielle Integration

Die Partielle Integration wendet man an,wenn andere Methoden versagen.

Formel **∫u*dv=u*v-∫v*du** es gibt auch noch andere Schreibweisen für die Partielle Integra-tion
Beispiel:∫x*sin(x)*dx hier kann man die Terme mit x weder zusammenfassen,noch vereinfachen

u=x abgeleitet **u´=du/dx=1** ergibt **du=1*dx=dx**
dv=sin(x) integriert **v=-1*cos(x)** siehe Grundintegrale

...=x*(-1)*cos(x)-∫ **(-1)***cos(x)*dx=(-1)*x*cos(x)+1*∫cos(x)*dx siehe Grundintegral

F(x)=(-1)*x*cos(x)+sin(x)+C

f(x)=x*sin(x) Nullstellen mit dem GTR x1=0 untere Grenze x2=3,14159 obere Grenze

A=obere Grenze minus untere Grenze

Ao=((-1)*3,14159*cos(3,14159)+sin(3,14159=3,1415+2,6636*10^(-6)=3,14159 FE

Au=(-1)*0*cos(0)+sin(0)=0 FE

A=(Ao)-(Au)=3,14159-0=3,14159 FE (Flächeneinheiten) Kontrolle mit dem GTR,stimmt

Hinweis:**Bei dieser Aufgabe zeigt sich schon,wie hilfreich ein GTR ist.**
Ohne einen GTR könnte ein Anfänger diese Aufgabe nicht auf Richtigkeit prüfen.

Beispiel:∫**x²*sin(x)*dx** wegen dem **x² muss man hier die Partielle Integration 2 mal anwenden!**

Bei der 2.ten Anwendung hat man den Term **sin(x) auf der linken und der rechten Seite!**

Den Term sin(x) auf der rechten Seite auf die linke Seite bringen ergibt dann die Lösung.

Mit meinem GTR:xu=0 (Nullstelle) untere Grenze
xo=3,14159..(Nullstelle) obere Grenze

A=obere Grenze minus untere Grenze

Ergibt die Fläche **A=5,869..FE** (Flächeneinheiten)

In Handarbeit braucht ein Anfänger ca. ½ Stunde ,wenn er sich nicht verrechnet und das ist dann ½ DIN A4 Seite Rechnerei.

Ich tue mir das hier nicht an ! Viel Spaß bei´m rechnen !!

Hinweis:Ich habe ein Lösungsbuch **Intergalrechnung** und das hat **650 Seiten** mit durchgerechneten Beispielaufgaben.