Extremwertaufgabe Oberfläche Zylinder

Die Bundeswehr will 1 Millionen Dosen mit Erbsensuppe herstellen lassen.Die Dose soll zylindrisch sein und ein Volumen von **V=20 Liter** haben.
Es soll möglichst wenig Material verbraucht werden.

gesucht:Durchmesser **d=? cm** und Höhe **h=? cm** der Dose

Lösung: Fläche eines Kreises **$A=d^2*pi/4$** Oberfläche der Dose (Zylinder)
A=Grundfläche+Deckfläche+Mantelfläche

$A(d)=d^2*pi/4+d^2*pi/4+d*pi*h=1/2*d^2*pi+d*pi*h$

1) $A=1/2*pi*d^2+pi*d*h$ ist die Hauptgleichung (Hauptbedingung)
2) $V=d^2*pi/4*h$ $h=V*4/(d^2*pi)$ ist die Nebengleichung (Nebenbedingung)

2) in 1) ergibt $A=1/2*pi*d^2+pi*d*V*4/(d^2*pi)$

$A(d)=1/2*pi*d^2+V*4/d$ hat die Form **y=f(x)=…..**

Wir führen nun eine **Einheitenkontrolle** durch,um die Gleichung auf Richtigkeit zu prüfen.
Einheit der Fläche A(d) ist **cm^2**

Einheitenkontrolle:$(cm)^2+cm^3/cm=cm^2+cm^2=$**$cm^2$** stimmt

Man rechnet mit Einheiten,wie mit Zahlen.In der Physik kann man so eine Formel auf Richtigkeit prüfen

nun eine Kurvendiskussion durchführen,um die **Extrema** zu ermitteln,siehe Mathe-Formelbuch **Differentialrechnung-Differentationsregeln** und **Lokale Monotonie und Extrema von Funktionen**

Bedingung **Maximum f´(x)=0 und f´´(x)<0**
Bedingung **Minimum f´(x)=0 und f´´(x)>0**

spezielle Quotientenregel $(1/v)´=-1*v´/v^2$
Summenregel (u+/-v)´=u´+/-v´+/-…. andere Schreibweise **f´(x)=f1´(x)+/-f2´(x)+/-f3´(x)+/-..´**

$A´(d)=0=pi*d-V*4/d^2$ nun die Nullstelle berechnen multipliziert mit d^2 und V=20 l=20.000 cm^3
$0=pi*d^3-V*4$ d=3.te Wurzel(V*4/pi)=3.te W(20.000 cm^3*4/pi)=29,420.. cm

d=29,42 cm mit $h=V*4/(d^2*pi)$=20.000 cm^3*4/[(29,42 cm)^2*pi]=29,42..cm
h=29,42 cm

nun prüfen,ob Maximum oder Minimum,noch mal ableiten $(1/v)´=-1*v´/v^2$
$(1/d^2)´=-1*2*d/d^4=-2/d^3$

$A´´(d)=pi-V*4*(-2)/d^3$
$A´´(d)=pi+V*8/d^3>0$ also liegt ein **Minimum** vor

Prüfe auf Rechen-und Tippfehler.