

Einheitskreis

Der **Einheitskreis** stellt ein sich drehenden **Einheitsvektor**-Betrag $r=1$ -dar.

$$y=f(x)=\sin(w*x+b) \quad \text{und} \quad y=f(x)=\cos(w*x+b)$$

w=positiv der Einheitsvektor dreht sich entgegen dem Uhrzeigersinn (mathematisch positive Drehrichtung)

w=negativ der Einheitsvektor dreht sich im Uhrzeigersinn

Man zeichnet den Einheitskreis und direkt daneben die Funktionen **$y=f(x)=\sin(x)$** und **$y=f(x)=\cos(x)$** in ein **x-y-Koordinatensystem**.

Wenn $c=0$ ($y=f(x)=a*\sin(w*x+b)+c$ und $y=f(x)=a*\cos(w*x+b)+c$) liegt der **Mittelpunkt** des Einheitskreises auf selber Höhe, wie die **x-Achse** des x-y-Koordinatensystems.

Immer eine **Zeichnung** machen, damit man den Überblick behält !!

Im Einheitskreis sieht man ein **rechtwinkliges Dreieck**, wenn man den Einheitsvektor in seine y-Komponente und x-Komponente zerlegt.

Aus dem Mathe-Formelbuch, Kapitel Geometrie (rechtwinkliges Dreieck).

$\sin(a)=Gk/Hy$ ergibt $\sin(a)*Hy=Gk$ mit $Hy=1$ ist der Betrag des Einheitsvektors

$\cos(a)=Ak/Hy$ ergibt $\cos(a)*Hy=Ak$ mit $Hy=1$ ist der Betrag des Einheitsvektors

$(a)=$ Winkel Alpha im rechtwinkligen Dreieck

$Hy=$ Hypotenuse ist die längste Seite im rechtwinkligen Dreieck

$Gk=$ Gegenkathete ist die Seite, die gegenüber dem Winkel (a) liegt

$Ak=$ Ankathete ist die Seite, die am Winkel (a) liegt

Daraus ergibt sich dann $y=f(x)=1*\sin(x)=\sin(x)$ und $y=f(x)=1*\cos(x)=\cos(x)$

Aus dem Einheitskreis kann man direkt die Extremwerte und die Nullstellen ablesen.

$y=f(x)=\sin(x)$ ist die y-Komponente des Einheitsvektors

Nullstellen aus dem Einheitskreis abgelesen **$x=0$ $x=\pi=180^\circ$ und $x=2\pi=360^\circ$**

Extremwerte aus dem Einheitskreis abgelesen **$x=\pi/2=90^\circ$ (Maximum $y=1$) $x=3/2\pi=270^\circ$ (Minimum $y=-1$)**

bei $y=\sin(w*x+b)$ gilt das Selbe

Nullstellen $0=w*x+b$ ergibt **$x=-b/w$ $\pi=w*x+b$ $x=(\pi-b)/w$ $2\pi=w*x+b$ $x=(2\pi-b)/w$**

Maximum $\pi/2=w*x+b$ **$x=(\pi/2-b)/w$**

Minimum $3/2\pi=w*x+b$ **$x=(3/2\pi-b)/w$**

$y=f(x)=\cos(x)$

Nullstellen aus dem Einheitskreis abgelesen **$x=\pi/2=90^\circ$ $x=3/2\pi=270^\circ$**

Extremwerte aus dem Einheitskreis abgelesen **$x=0$ (Maximum $y=1$) $x=\pi=180^\circ$ (Minimum $y=-1$)**

bei $y=f(x)=\cos(w*x+b)$

Nullstellen $\pi/2=w*x+b$ **$x=(\pi/2-b)/w$ $3/2\pi=w*x+b$ $x=(3/2\pi-b)/w$**

Maximum $0=w*x+b$ **$x=-b/w$**

Minimum $\pi=w*x+b$ **$x=(\pi-b)/w$**

Verschiebung auf der y-Achse

$$y=f(x)=\sin(w*x+b)+c \text{ und } y=f(x)=\cos(w*x+b)+c$$

$c>0$ verschiebt den Graph nach oben

$c<0$ „ den „ nach unten

Am Einheitskreis verschiebt man dann entsprechend den **Mittelpunkt** nach oben oder unten

Hinweis: Die Extrema **Maximum/Minimum** werden dadurch auf der x-Achse nicht verschoben.

Die Nullstellen (Schnittpunkte mit der x-Achse) liegen auf der x-Achse anders, als wenn $c=0$ wäre

$$\text{Nullstelle: } 0=a*\sin(w*x+b)+c \text{ ergibt } -c/a=\sin(w*x+b) \text{ also } \arcsin(-c/a)=w*x+b \\ \arcsin(-c/a)-b=w*x$$

$$x=(\arcsin(-c/a)-b)/w$$

$$\text{Nullstelle: } 0=a*\cos(w*x+b)+c \text{ ergibt } -c/a=\cos(w*x+b) \text{ also } \arccos(-c/a)=w*x+b \\ \arccos(-c/a)-b=w*x$$

$$x=(\arccos(-c/a)-b)/w$$

Die Nullstellen liegen symmetrisch zu den Extrema (Maximum/Minimum) und wenn man eine Nullstelle hat, dann kann man über den Abstand zum Extrema eine weitere Nullstelle bestimmen.

Die beiden Funktionen haben immer eine **positive Halbwelle** und eine **negative Halbwelle** und die Nullstellen trennen beide Halbwellen.