

Differentialrechnung

Alle notwendigen Formeln stehen im Mathe-Formelbuch (bekommt man im Buchladen) im Kapitel **Differentialrechnung-Differentiationsregeln**.

Für einfache Aufgaben braucht man nur eine Differentiationsformeln, aber meistens braucht man mehrere Differentiationsformeln.

Differentiationsformeln (Auszug)

Konstantenregel	$(a \cdot f(x))' = a \cdot f'(x)$
Summenregel	$(u \pm v)' = u' \pm v'$ mit $u=u(x)$ und $v=v(x)$
Produktregel	$(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v'$
Quotientenregel	$(\frac{u}{v})' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$
spezielle Quotientenregel	$(\frac{1}{v})' = -1 \cdot v' / v^2$
Kettenregel	$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx} = \text{innere Ableitung mal äußere Ableitung}$

elementare Ableitungen

$$(c)' = 0 \quad \text{mit } c = \text{Konstante}$$

$$(x)' = 1$$

$$(x^k)' = k \cdot x^{k-1} \quad \text{mit } x \text{ ungleich } 0 \quad \text{für } k < 0$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(a^x)' = a^x \cdot \ln(a)$$

$$(\lg(x))' = \frac{1}{x} \cdot \lg(e) \quad \text{ungefähr } 0,4343/x$$

$$(\log(a)(x))' = \frac{1}{x \cdot \ln(a)} = \frac{1}{x} \cdot \log(a)(e) \quad \text{a ist die Basis von Logarithmus log mit a ungleich 1, } x > 0$$

$$(\sin(x))' = \cos(x)$$

$$(\cos(x))' = -1 \cdot \sin(x)$$

$$(\tan(x))' = \frac{1}{\cos^2(x)} = 1 + \tan^2(x) \quad \text{mit } x \text{ ungleich } (2k+1) \cdot \pi/2 \quad \text{mit } k \text{ Element von } \mathbb{Z} \quad (1, 2, 3, \dots)$$

weitere Formeln im Mathe-Formelbuch

$$\text{Beispiel } y=f(x)=e^{(2 \cdot x)}$$

Kettenregel anwenden: Substitution (ersetzen) $z=2 \cdot x$ abgeleitet $dz/dx=z'=2$

$f(z)=e^z$ abgeleitet nach elementarer Funktion $f'(z)=e^z$

$f'(x)=z' \cdot f'(z)=\text{innere Ableitung mal äußere Ableitung}=2 \cdot e^z$

$$y' = f'(x) = 2 \cdot e^{(2 \cdot x)}$$

$$\text{Beispiel } y=f(x)=\sin(2 \cdot x)$$

Substitution (ersetzen) $z=2 \cdot x$ abgeleitet $dz/dx=z'=2$ ergibt $f(z)=\sin(z)$ abgeleitet

$$f'(z)=\cos(z)$$

$$f'(x)=z' \cdot f'(z)=2 \cdot \cos(z) \quad \text{also } y' = f'(x) = 2 \cdot \cos(2 \cdot x)$$

Hinweis: Oft muss man die Aufgaben auch mit den **Potenzgesetzen und/oder Wurzelgesetzen** umwandeln.

$y=f(x)=2/\text{Wurzel}(x)=2/(x^{(1/2)})=2 \cdot 1 \cdot x^{(-1/2)}$ abgeleitet mit Konstantenregel und elementare

Ableitungen

$$y' = f'(x) = 2 \cdot 1 \cdot (-1/2) \cdot x^{(-1/2-1)} = -1 \cdot x^{(-3/2)}$$

$$y' = f'(x) = -1 \cdot x^{(-3/2)} = -1/(x^{(3/2)}) = -1/\text{Wurzel}(x^3)$$